2° año secundario





FUNCIÓN LOGARITMO

Si definimos la función exponencial de reales en reales positivos $f : \Re \to \Re^{+}$ resulta siempre inyectiva y sobreyectiva es decir biyectiva, por lo tanto admite inversa.

Y su inversa es la ***función logaritmo.***

Es decir, dada $f(x) = a^{x}$, con $a > 0$ y $a \neq 1$ tiene por función inversa a $f^{-1}(x) = \log_{a} x,\ con\ \ a > 0$ y $a \neq 1$

Por ejemplo: si $f(x) = 2^{x}$ su inversa será $f^{-1}(x) = \log_{2} x$

Significa que $f(1) = 2^{1} = 2 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(2) = \log_{2} 2 = 1$ porque $2^{1} = 2$

$f(2) = 2^{2} = 4 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(4) = \log_{2} 4 = 2$ porque $2^{2} = 4$

$f(3) = 2^{3} = 8 \quad \Rightarrow \quad f^{-1}(8) = \log_{2} 8 = 3$ porque $2^{3} = 8$

$f(-1) = 2^{-1} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \log_{2} \frac{1}{2} = -1$ porque $2^{-1} = \frac{1}{2}$

Si queremos saber el logaritmo de 16 en base 2 escribimos: $\log_{2} 16$

nos preguntamos: **¿a qué potencia hay que elevar al 2 para que nos dé 16?**

Hay que elevar el 2 a la 4, $2^{4} = 16$ **por lo tanto** $\log_{2} 16 = 4$ **.**

Veamos otros ejemplos:

$\log_3 9$ **¿a qué potencia hay que elevar a 3 para que nos dé 9?**

A la 2, ya que $3^2 = 9$ entonces: $\log_3 9 = 2$

$\log_5 \frac{1}{5}$ **¿a qué potencia hay que elevar a 5 para que nos dé $\frac{1}{5}$?**

A la -1, ya que $5^{-1} = \frac{1}{5}$ entonces: $\log_5 \frac{1}{5} = -1$

$\log_7 7$ **¿a qué potencia hay que elevar a 7 para que nos dé 7?**

A la 1, ya que $7^1 = 7$ entonces: $\log_7 7 = 1$

$\log_3 81$ **¿a qué potencia hay que elevar a 3 para que nos dé 81?**

A la 4, ya que $3^4 = 81$ entonces $\log_3 81 = 4$

$\log_9 81$ **¿a qué potencia hay que elevar a 9 para que nos dé 81?**

A la 2, ya que $9^2 = 81$ entonces $\log_9 81 = 2$



A C T I V I D A D E S

ACTIVIDAD 1

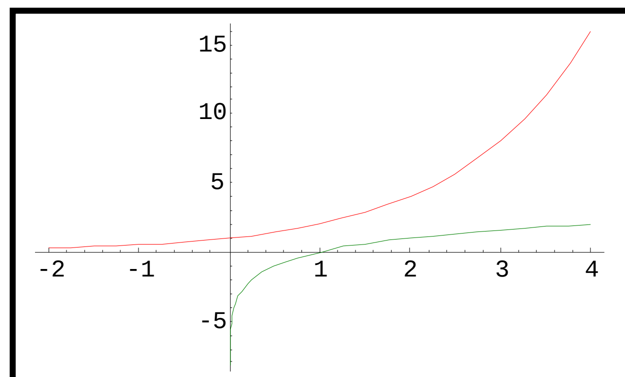
Como tu calculadora sólo resuelve logaritmos con base 10 ó con base e, calculá los siguientes logaritmos de la misma manera en que están los ejemplos anteriores:

$$\log_2 1 =$$
$$\log_3 27 =$$
$$\log_4 16 =$$
$$\log_{10} 1000 =$$

Veamos un poquito sus gráficos:

x	$f(x) = 2^x$
0	$2^0 = 1$
1	$2^1=2$
2	$2^2=4$
-1	$2^{-1}=\frac{1}{2}$
-2	$2^{-2}=\frac{1}{4}$

x	$f(x) = \log_2 x$
1	$\log_2 1 = 0$
2	$\log_2 2=1$
4	$\log_2 4=2$
$\frac{1}{2}$	$\log_2 \frac{1}{2} = -1$
$\frac{1}{4}$	$\log_2 \frac{1}{4} = -2$



El gráfico de la función $f(x) = 2^x$ corta al eje **y** en el punto de coordenadas **(0;1)** , el gráfico corta al eje y cuando la **x =0** y la **y =1,** tenemos que $2^0 = 1$

El gráfico de la función $f(x) = \log_2 x$ corta al eje **x** en el punto de coordenadas **(1;0)**, el gráfico corta al eje y cuando la **x = 1** y la **y =0,** tenemos que $\log_2 1 = 0$

Ambas son estrictamente crecientes, es decir que si nos movemos de derecha a izquierda por eje **x** los resultados son cada vez mayores ó que aumenta el valor de x y aumenta el valor de **f(x).**

La función $f(x) = 2^x$ es siempre **positiva,** está por arriba del eje **x.**

La función $f(x) = \log_2 x$ es **negativa** para los números menores a 1 y **positiva** para los mayores a 1, es decir si **x < 1** los resultados son número negativos, y si **x >1** los resultados son positivos.

La función $f(x) = 2^x$ está **definida para todos los números reales, significa que x puede ser cualquier número.**

La función $f(x) = \log_2 x$ está **definida sólo para los números positivos, significa que x sólo puede ser un número positivo.**

Lo anterior sucede porque son funciones inversas, lo que es dominio para una es imagen para la otra y viceversa.

Tratemos de aclarar esto, en la función $f(x) = 2^x$ el dominio o los **valores de x pueden ser cualquier número** pero **los resultados sólo son números positivos**, en la función $f(x) = log_2 x$ es al revés, **las x sólo pueden ser números positivos** y **los resultados son cualquier número.**

Si observás atentamente las tablas de las dos funciones lo que es x en una es resultado en la otra.

ACTIVIDAD 2

Completá las tablas y representá en el mismo sistema cartesiano las funciones $f(x) = log_2 x$ y $f(x) = log_3 x$.

x	$f(x) = log_2 x$
2	$Log_2(2)=$
1	$Log_2(1)=$
4	$Log_2(4)=$
½	$Log_2(½)=$
¼	$Log_2(¼)=$

x	$f(x) = log_3 x$
3	$Log_3 3=$
9	$Log_3 9=$
1	$Log_3 1=$
⅓	$Log_{1/3}⅓)=$
1/9	$Log_3(1/9)=$



CLAVE DE CORRECCION DE LAS ACTIVIDADES

ENCUENTRO 4

ACTIVIDAD 1

$log_2 1 = 0$ $log_2 1 = 0$ $log_2 1 = 0$

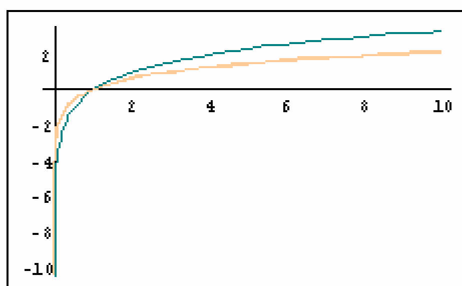
$log_3 27 = 3$ $log_3 27 = 3$ $log_3 27 = 3$

$log_4 16 = 2$ $log_4 16 = 2$ $log_4 16 = 2$

$log_{10} 1000 = 3$ $log_{10} 1000 = 3$ $log_{10} 1000 = 3$

ACTIVIDAD 2

x	$f(x) = log_2 x$
2	$Log_2(2)=$
1	$Log_2(1)=$
4	$Log_2(4)=$
½	$Log_2(½)=$
¼	$Log_2(¼)=$



x	$f(x) = log_3 x$
3	$Log_3 3=1$
9	$Log_3 9=2$
1	$Log_3 1=0$
⅓	$Log_3(⅓)=-1$
1/9	$Log_3(1/9)=-2$